

แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชา คณิตศาสตร์พื้นฐาน 6

รหัสวิชา ค 23102

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3

หน่วยการเรียนรู้ที่ 5 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

แผนการจัดการเรียนรู้ที่ 2 เรื่อง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ : 1

เวลาเรียน 1 ชั่วโมง

วันที่...5.....เดือน...มีนาคม...พ.ศ..2569.....

ภาคเรียนที่ 2

ปีการศึกษา 2568

มาตรฐานการเรียนรู้และตัวชี้วัด

มาตรฐานการเรียนรู้

มาตรฐาน ค 2.2 เข้าใจและวิเคราะห์รูปเรขาคณิต สมบัติของรูปเรขาคณิต ความสัมพันธ์ระหว่างรูปเรขาคณิต และทฤษฎีบททางเรขาคณิต และนำไปใช้

ตัวชี้วัดปลายทาง

ค 2.2 ม.3/2 เข้าใจและใช้ความรู้เกี่ยวกับอัตราส่วนตรีโกณมิติในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ และปัญหาในชีวิตจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

- อธิบายเกี่ยวกับไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ (K)
- เขียนแสดงค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ (P)
- มีความกระตือรือร้น สนใจ และเข้าร่วมกิจกรรมการเรียนรู้ในชั้นเรียน (A)

สาระสำคัญ

เมื่อ A เป็นมุมแหลม จะได้

ไซน์ของมุม A (sine A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A (cosine A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A (tangent A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

ไซน์ของมุม A (sine A) เขียนแทนด้วย $\sin A$

โคไซน์ของมุม A (cosine A) เขียนแทนด้วย $\cos A$

แทนเจนต์ของมุม A (tangent A) เขียนแทนด้วย $\tan A$

สาระการเรียนรู้

ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

สมรรถนะสำคัญของผู้เรียน

1. ความสามารถในการสื่อสาร
2. ความสามารถในการคิด
 - การให้เหตุผล การสรุปความรู้ การปฏิบัติ
3. ความสามารถในการแก้ปัญหา
4. ความสามารถในการใช้ทักษะชีวิต

คุณลักษณะอันพึงประสงค์

1. ใฝ่เรียนรู้
2. มุ่งมั่นในการทำงาน

คำถามสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติหมายถึงการหาค่าของอะไร

การจัดกิจกรรมการเรียนรู้

โดยประยุกต์ใช้รูปแบบการสอนแบบ 5E (Inquiry-Based Learning) ร่วมกับการใช้ Generative AI เพื่อกระตุ้นความสนใจและช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้เห็นภาพชัดเจนยิ่งขึ้น

1. ขั้นสร้างความสนใจ สังกะย รวบรวมข้อมูล (Engage)

1. นักเรียนร่วมกันทบทวนความหมายของอัตราส่วนตรีโกณมิติหมายถึงอะไร โดยผู้แทนนักเรียน ออกมาอธิบาย

อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric ratio) หมายถึง อัตราส่วนของความยาวด้านทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

กิจกรรม AI Prompting: ครูใช้ Generative AI (เช่น Gemini) สร้างรูปภาพหรือสถานการณ์จำลองที่ต้องใช้การวัดระยะทางที่วัดจริงไม่ได้ เช่น "ความสูงของตึกที่สูงที่สุดในจังหวัด" หรือ "ความกว้างของแม่น้ำ"

คำถามกระตุ้นความคิด: "ถ้าเราไม่มีตลับเมตรที่ยาวพอ เราจะรู้ความสูงของตึกนั้นได้อย่างไร?" เพื่อ
 โยงเข้าสู่เรื่องอัตราส่วนของด้านและมุมในรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

2. นักเรียนร่วมกันแสดงความคิดเห็น โดยใช้คำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

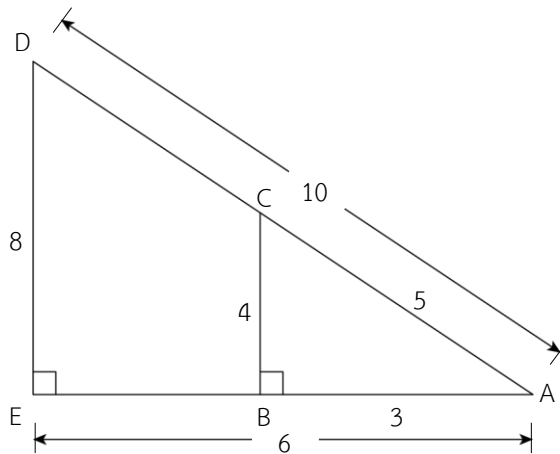
- อัตราส่วนตรีโกณมิติหมายถึงการหาค่าของอะไร

3. นักเรียนศึกษา รวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ จากแหล่งการเรียนรู้

ที่หลากหลาย เช่น จากการสังเกต การร่วมสนทนากับเพื่อนในชั้นเรียน จากหนังสือเรียนหรืออินเทอร์เน็ต

2. ขั้นสำรวจและค้นหา คิววิเคราะห์ (Explore)

4. นักเรียนแบ่งกลุ่ม กลุ่มละ 3-4 คน และร่วมกันพิจารณารูปสามเหลี่ยมคล้าย



จากนั้นตอบคำถามกระตุ้นความคิด ดังนี้

• จากรูป สามเหลี่ยมสองรูปเป็นสามเหลี่ยมคล้าย ดังนั้น จะได้อัตราส่วนระหว่างความยาว
 ของด้านที่เท่ากันจากรูป $\triangle ABC$ และ $\triangle AED$ คืออะไรบ้าง

$$\left(\frac{AB}{AE} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad \frac{BC}{ED} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \frac{AC}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \right)$$

$$\left(\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \quad \frac{AE}{AD} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \right)$$

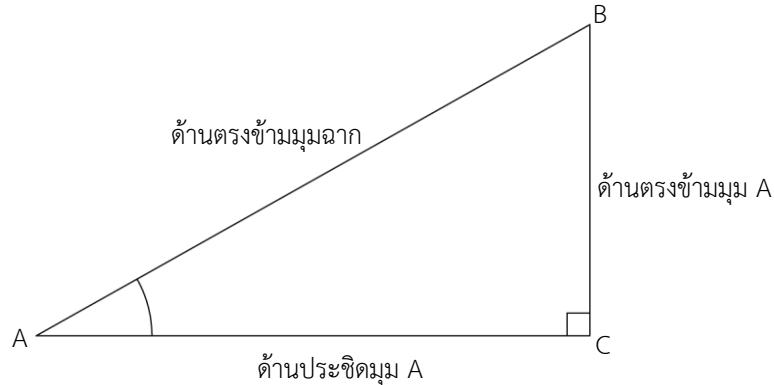
$$\left(\frac{BC}{AC} = \frac{4}{5} \quad \frac{DE}{AD} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5} \right)$$

$$\left(\frac{BC}{AB} = \frac{4}{3} \quad \frac{DE}{AE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3} \right)$$

การใช้ AI ช่วยสืบค้น: ให้นักเรียนใช้ AI ค้นหาค่าจำกัดความของ "ไซน์ (Sine)", "โคไซน์ (Cosine)"
 และ "แทนเจนต์ (Tangent)" จากแหล่งข้อมูลที่หลากหลาย เพื่อเปรียบเทียบกับสิ่งที่สังเกตได้จากรูป
 สามเหลี่ยมคล้าย

5. นักเรียนร่วมกันศึกษาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมต่าง ๆ โดยพิจารณาจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก แสดงอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม A ดังนี้

เมื่อกำหนดมุม A เป็นมุมแหลม และพิจารณาที่มุม A



ไซน์ของมุม A (sine A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{BC}{AB}$

โคไซน์ของมุม A (cosine A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{AC}{AB}$

แทนเจนต์ของมุม A (tangent A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \frac{BC}{AC}$

3. ชั้นอธิบายและลงข้อสรุป (Explain)

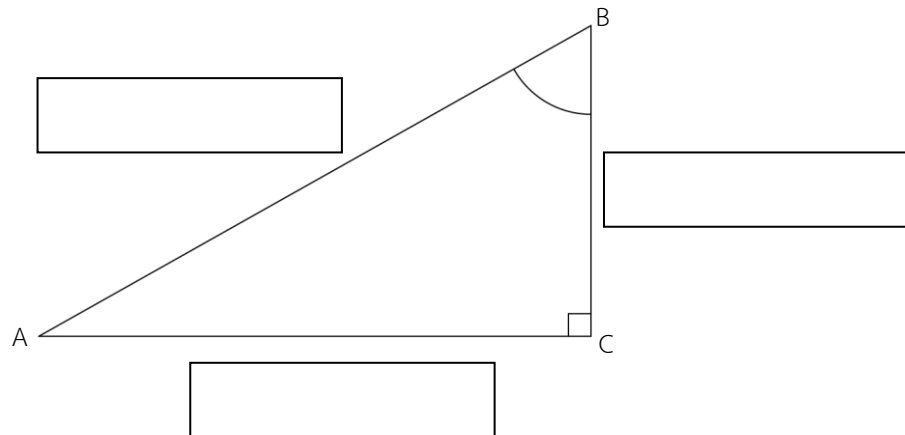
สรุปนิยามโดยใช้ AI: ครูให้นักเรียนนำข้อมูลที่หาได้มาสรุปเป็นนิยามหลัก โดยมี AI ช่วยสร้าง "เทคนิคการจำ" หรือ "เพลงสั้นๆ" (เช่น ข้ามฉาก ขิดฉาก ข้ามขิด)

ใบงานที่ 11: นักเรียนลงมือทำใบงานเรื่อง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ โดยลองเปลี่ยนบทบาทเป็น "AI Checker" สลับกันตรวจคำตอบกับเพื่อนและอธิบายเหตุผล

6. นักเรียนทำใบงานที่ 11 เรื่อง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ จากนั้นสลับผลงานกับเพื่อน เพื่อร่วมกันตรวจสอบและแก้ไขให้ถูกต้อง

จากนั้นนักเรียนร่วมกันพิจารณาที่มุม B โดยเติมคำตอบลงในช่องว่าง

เมื่อกำหนดมุม B เป็นมุมแหลม และพิจารณาที่มุม B



ไซน์ของมุม B (sine B) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$ = —

โคไซน์ของมุม B (cosine B) คือ _____ = —

แทนเจนต์ของมุม B (tangent B) คือ _____ = —

4. ขยายความรู้ (Elaborate)

7. นักเรียนร่วมกันสรุปสิ่งที่เข้าใจเป็นความรู้ร่วมกัน ดังนี้

เมื่อ A เป็นมุมแหลม จะได้

ไซน์ของมุม A (sine A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

โคไซน์ของมุม A (cosine A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

แทนเจนต์ของมุม A (tangent A) คือ $\frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}$

ไซน์ของมุม A (sine A) เขียนแทนด้วย $\sin A$

โคไซน์ของมุม A (cosine A) เขียนแทนด้วย $\cos A$

แทนเจนต์ของมุม A (tangent A) เขียนแทนด้วย $\tan A$

5. ชั้นประเมินผล (Evaluate) สื่อสารและนำเสนอ (Applying the Communication Skill)

Self-Regulating: นักเรียนประเมินตนเองผ่านคำถามสะท้อนคิด เช่น "สิ่งที่เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร" และ "จะนำความรู้ไปช่วยเพื่อนหรือสังคมได้อย่างไร"

8. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียนออนไลน์ เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ผ่านแอปพลิเคชัน Kahoot โดยมีนักเรียนและครูร่วมกันตรวจสอบความถูกต้อง

กิจกรรมนี้สร้างเสริมทักษะศตวรรษที่ 21 ด้านการสื่อสาร

9. นักเรียนร่วมกันอภิปรายสรุปเกี่ยวกับวิธีการทำงานให้เห็นการคิดเชิงระบบและวิธีการทำงานที่มีแบบแผน

ครูให้นักเรียนสร้างภาพอินโฟกราฟิก เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ นำข้อมูลที่ได้เรียนมาสรุปเป็นนิยามหลัก โดยให้นักเรียนสร้างคำสั่ง สั่งให้ AI ช่วยสร้าง คนละ 1 ชิ้นงาน

ชั้นประเมินเพื่อเพิ่มคุณค่าบริการสังคมและจิตสาธารณะ (Self-Regulating)

10. นักเรียนนำความรู้ไปช่วยสอนเพื่อนที่ยังไม่เข้าใจเกี่ยวกับไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ให้เกิดความเข้าใจยิ่งขึ้น

11. นักเรียนประเมินตนเอง โดยเขียนแสดงความรู้สึกหลังการเรียนและหลังการทำกิจกรรมในประเด็นต่อไปนี้

- สิ่งทีนักเรียนได้เรียนรู้ในวันนี้คืออะไร
- นักเรียนมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- เพื่อนนักเรียนในกลุ่มมีส่วนร่วมกิจกรรมในกลุ่มมากน้อยเพียงใด
- นักเรียนพึงพอใจกับการเรียนในวันนี้หรือไม่ เพียงใด
- นักเรียนจะนำความรู้ที่ได้นี้ไปใช้ให้เกิดประโยชน์แก่ตนเอง ครอบครัว และสังคมทั่วไปได้อย่างไร

จากนั้นแลกเปลี่ยนตรวจสอบขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนว่าจะเพิ่มคุณค่าไปสู่สังคมเกิดประโยชน์ต่อสังคมให้มากขึ้นกว่าเดิมในขั้นตอนใดบ้าง สำหรับการทำงานในครั้งต่อไป

สื่อการเรียนรู้/แหล่งการเรียนรู้

1. หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ของสถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)
2. ชุดกิจกรรมการเรียนรู้พัฒนาการคิด คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เล่ม 2 ของสถาบันพัฒนาคุณภาพวิชาการ (พว.)
3. แหล่งการเรียนรู้ทั้งภายในและภายนอกโรงเรียน
4. Generative AI สำหรับสร้างสถานการณ์จำลองและเทคนิคการจำ

การประเมินการเรียนรู้

1. ประเมินความรู้ เรื่อง ไชน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ (K) ด้วยแบบทดสอบ
2. ประเมินกระบวนการทำงานกลุ่ม (P) ด้วยแบบประเมิน
3. ประเมินใบงาน เรื่อง ไชน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ (P) ด้วยแบบประเมิน
4. ประเมินคุณลักษณะอันพึงประสงค์ ด้านใฝ่เรียนรู้ มุ่งมั่นในการทำงาน (A) ด้วยแบบประเมิน

แบบประเมินตามสภาพจริง (Rubrics)

แบบประเมินกระบวนการทำงานกลุ่ม

รายการการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
กระบวนการทำงานกลุ่ม	มีการกำหนดบทบาทสมาชิกชัดเจน และมีการชี้แจงเป้าหมายการทำงาน มีการปฏิบัติงานร่วมกัน อย่างร่วมมือร่วมใจ พร้อมกับการประเมิน เป็นระยะ ๆ	มีการกำหนดบทบาทสมาชิกชัดเจน มีการชี้แจงเป้าหมาย อย่างชัดเจนและ ปฏิบัติงานร่วมกัน แต่ไม่มีการประเมิน เป็นระยะ ๆ	มีการกำหนดบทบาท เฉพาะหัวหน้า ไม่มีการชี้แจงเป้าหมาย อย่างชัดเจน ปฏิบัติงานร่วมกัน ไม่ครบทุกคน	ไม่มีการกำหนด บทบาทสมาชิก และไม่มี การชี้แจงเป้าหมาย สมาชิก ต่างคนต่างทำงาน

แบบประเมินใบงาน เรื่อง ไชน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

รายการการประเมิน	ระดับคุณภาพ			
	4	3	2	1
เขียนแสดงค่าของ ไชน์ โคไซน์ และแทนเจนต์	สามารถเขียนแสดง ค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ได้ถูกต้องทุกข้อ พร้อมทั้งยกตัวอย่าง ที่แตกต่าง อธิบายให้เพื่อนเข้าใจได้	สามารถเขียนแสดง ค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ได้ถูกต้องทุกข้อ ด้วยตนเอง	สามารถเขียนแสดง ค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ได้ถูกต้อง แต่ครูต้องแนะนำ บางครั้ง	สามารถเขียนแสดง ค่าของไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์ ได้ถูกต้อง โดยครูและเพื่อน ต้องแนะนำ และดูตัวอย่าง จากหนังสือทุกข้อ

บันทึกหลังการสอน

ผลการจัดการเรียนการสอน

นักเรียนให้ความสนใจและตื่นตัวกับการนำ Generative AI มาใช้ในการจัดการเรียนการสอน และการทำแบบทดสอบหลังเรียน ผ่านแอปพลิเคชัน Kahoot นักเรียนสามารถอธิบายนิยาม และมีเทคนิคการจำเกี่ยวกับสมบัติรูปสามเหลี่ยมมุมฉากคล้าย รวมถึงนิยามของอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ ผลงานส่วนใหญ่แสดงให้เห็นถึงความเข้าใจเกี่ยวกับนิยามและเทคนิคการจำสูตรอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ปัญหา/อุปสรรค

ด้านเทคโนโลยี : นักเรียนบางกลุ่มประสบปัญหาความล่าช้าของสัญญาณอินเทอร์เน็ต ทำให้การประมวลผลภาพจาก AI ใช้เวลานานกว่าที่คาดไว้

ด้านทักษะการใช้ AI : นักเรียนบางส่วนยังขาดทักษะในการเขียน Prompt(คำสั่ง) ที่เฉพาะเจาะจง ทำให้การสร้างภาพอินโฟกราฟฟิค ที่ AI สร้างในตอนแรกไม่สอดคล้องกับบทนิยามทางคณิตศาสตร์ที่ได้เรียน

แนวทางแก้ไข

ควรมีแนวทางการสอนเทคนิคการเขียน Prompt(คำสั่ง) ที่เฉพาะเจาะจงให้นักเรียนก่อนเริ่มกิจกรรม เพื่อให้การสื่อสารกับ Generative AI แม่นยำขึ้น

ครูผู้สอน



(นางสาวธราภรณ์ ชันบำรุง)

วันที่บันทึก 5 มีนาคม 2569

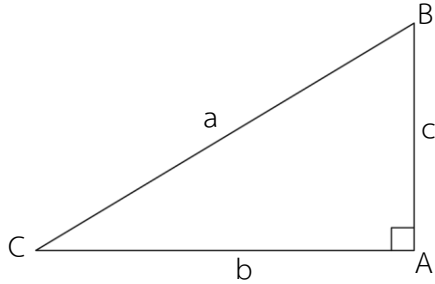
ใบงานที่ 11 เรื่อง ไซน์ โคไซน์ และแทนเจนต์

วันที่ _____ เดือน _____ พ.ศ. _____

ชื่อ _____ เลขที่ _____ ชั้น _____ ได้ _____ คะแนน

นักเรียนเติมคำตอบให้ถูกต้อง

1.



$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin C = \underline{\hspace{2cm}}$$

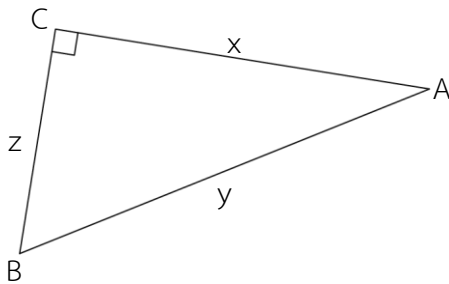
$$\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos C = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan C = \underline{\hspace{2cm}}$$

2.



$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$$

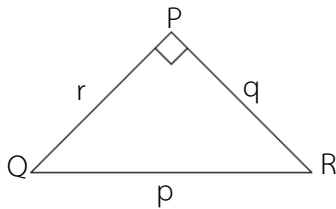
$$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos B = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan B = \underline{\hspace{2cm}}$$

3.



$$\sin Q = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin R = \underline{\hspace{2cm}}$$

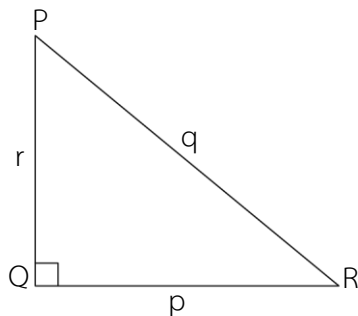
$$\cos Q = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos R = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan Q = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan R = \underline{\hspace{2cm}}$$

4.



$$\sin P = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin R = \underline{\hspace{2cm}}$$

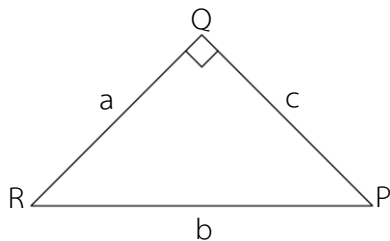
$$\cos P = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos R = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan P = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan R = \underline{\hspace{2cm}}$$

5.



$$\sin P = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sin R = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos P = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\cos R = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\tan P = \underline{\hspace{2cm}}$$

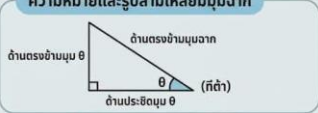
$$\tan R = \underline{\hspace{2cm}}$$

ผลงานนักเรียน การสร้างภาพอินโฟกราฟฟิก เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ม.3

สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 โรงเรียนพระทองคำวิทย

ความหมายและรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก



ด้านตรงข้ามมุม θ (ข้าม)
ด้านประชิดมุม θ (ชิด)

สูตรลัดจำง่าย (ข้าม-ฉาก-ชิด)

$\sin \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$
 $\cos \theta = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$
 $\tan \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

ค่ามุมที่ใช้บ่อย

	30°	45°	60°
sin	0.5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0.5
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

เทคนิคการจำมือจ๋า

ประโยชน์ของตรีโกณมิติ



มุมเงย มุมกด

การหาความสูงของตึกหรือตึสูง การหาระยะห่างของเรือที่ปรากฏ

จัดทำโดย: ด.ช. พานแก้ว ขาวดวง ชั้น ม.3/3 เลขที่ 12
เสนอ: ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง

สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ

พร้อมคำอธิบายและรูปภาพประกอบ

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 โรงเรียนพระทองคำวิทย

$\sin \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$

ไซน์ (Sine)
คือมุมฉาก/Hypotenuse และเหลี่ยมมุมฉากข้ามมุมฉาก

$\cos \theta = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$

โคไซน์ (Cosine)
คือมุมฉาก/Hypotenuse ของมุมที่ข้ามมุมฉาก

$\tan \theta = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

แทนเจนต์ (Tangent)
แทนเจนต์มุมฉาก/Tangent และเหลี่ยมมุมฉากแทนเจนต์

จำง่ายๆ ข้าม-ฉาก (sin), ชิด-ฉาก (cos), ข้าม-ชิด (tan)

ค่าตรีโกณมิติของมุมที่พบบ่อย

มุม	Sin	Cos	Tan
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

จัดทำโดย เด็กหญิง สุติกาญจน์ ตากระโทก ม.3/3 เลขที่ 23
เสนอ ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง

‘เรียนรู้เรื่อง สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ’

วิชาคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3

1. สามเหลี่ยมมุมฉาก (Right Triangle)



2. อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometric Ratios)

$\sin \theta = \frac{\text{ข้าม/ฉาก}}{\text{Opp/Hyp}}$
 $\cos \theta = \frac{\text{ชิด/ฉาก}}{\text{Adj/Hyp}}$
 $\tan \theta = \frac{\text{ข้าม/ชิด}}{\text{Opp/Adj}}$

3. มุมสำคัญ (Key Angles)

มุม	30°	45°	60°
sin	0.5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0.5
tan	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

4. การนำไปใช้ (Applications)



จัดทำโดย (Created by):
ด.ช. ชัยวัฒน์ เทียมทอง ม.3/3 เลขที่ 4
เสนอครู ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง
โรงเรียนพระทองคำวิทย

สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ (Trigonometric Triangles)

ด้านตรงข้ามมุมฉาก (Hypotenuse) ด้านตรงข้ามมุม (Opposite) ด้านประชิดมุม A (Adjacent)

1. ไซน์ (Sine)

$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$

2. โคไซน์ (Cosine)

$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$

3. แทนเจนต์ (Tangent)

$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

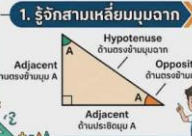
จัดทำค่าแล้วคูณสูงขึ้นโรยโยย
 $\sin(A) = \frac{h}{d} \rightarrow h = d \cdot \sin(A)$

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระทองคำวิทย จัดทำโดย ด.ช. ณรงค์ แซ่อ้อย ม.3/3 เลขที่ 9 เสนอ ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง

สรุปเรื่อง: อัตราส่วนตรีโกณมิติ (Trigonometry)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 คณิตศาสตร์ โรงเรียนพระทองคำวิทย

1. รู้จักสามเหลี่ยมมุมฉาก



2. 3 อัตราส่วนพื้นฐาน (ข้ามฉาก ชิดฉาก ข้ามชิด)

Sin A = ข้าม/ฉาก
Cos A = ชิด/ฉาก
Tan A = ข้าม/ชิด

3. ตารางค่ามุมที่ใช้บ่อย (30°, 45°, 60°)

มุม (A)	sin A	cos A	tan A
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

4. การนำไปใช้งาน

หาความสูงตึกสูง การหาระยะทางเรือ

จัดทำโดย ด.ช. ชัยวัฒน์ แซ่อ้อย ม.3/3 เลขที่ 3
เสนอ ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง

สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ

ด.ญ. สุพรรณษา กัมปิต ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนพระทองคำวิทย นำเสนอครู ธรารัตน์ ชันบำรุง

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

$\sin \theta = \frac{\text{ด้านตรงข้ามมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$
 $\cos \theta = \frac{\text{ด้านประชิดมุม}}{\text{ด้านตรงข้ามมุมฉาก}}$

สูตรสำคัญ

$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$

ตัวอย่างโจทย์



$\sin \theta = \frac{3}{5}$
 $\cos \theta = \frac{4}{5}$
 $\tan \theta = \frac{3}{4}$

ตรีโกณมิติ (ใช้ความลับพร้อมมุมและด้านของสามเหลี่ยมมุมฉาก!)

สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ

คณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 | โรงเรียนพระทองคำวิทย

SIN ไซน์

$\sin A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$

COS โคไซน์

$\cos A = \frac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$

TAN แทนเจนต์

$\tan A = \frac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

จัดทำโดย: ด.ช. กฤษญา บวชนก
เสนอ: ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง
วิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนพระทองคำวิทย


สามเหลี่ยมตรีโกณมิติ (Trigonometry: Right-Angled Triangle)

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3/3 | วิชา คณิตศาสตร์

อัตราส่วนตรีโกณมิติหลัก

ข้าม ฉาก ชิด (K-Ch-Ch)
Sin Sin (ข้าม) / ฉาก / Hypotenuse
Cos Cos (ชิด) / ฉาก / Hypotenuse
Tan Tan (แทน) ข้าม / ชิด

การใช้งานจริง



ค่าตรีโกณมิติของมุมมาตรฐาน

มุม	0°	30°	45°	60°	90°
Sin	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
Cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
Tan	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	∞

โรงเรียนพระทองคำวิทย จัดทำโดย: ด.ญ. นกัสนันท์ ชุนสันหิยะ เสนอ: ครูธรรารัตน์ ชันบำรุง



รายงานการใช้สื่อนวัตกรรม ภาคเรียนที่ 2/2568



โดยนางสาวธราภรณ์ ชันบำรุง ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ
โรงเรียนพระทองคำวิทยา สำนักการศึกษา ศาสนาและวัฒนธรรม
องค์การบริหารส่วนจังหวัดนครราชสีมา
กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์
ชื่อนวัตกรรม สื่อการเรียนรู้เชิงรุก (Active Learning) ผ่านแอปพลิเคชัน Kahoot
เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ประเภทของนวัตกรรม สื่อการเรียนการสอน เทคนิควิธีการสอน

แนวคิดในการพัฒนานวัตกรรม

1. Game-Based Learning : นำระบบการสะสมคะแนนและการแข่งขันแบบเรียลไทม์มาใช้ลดความตึงเครียดในเนื้อหาที่มีสูตรคำนวณ
2. Visual Represe ใช้รูปภาพสามเหลี่ยมที่มีการระบุตัวเลขความยาวด้านที่ชัดเจน เพื่อให้ผู้เรียนฝึกการสังเกตและแทนค่าสูตรได้ทันที
3. สื่อการเรียนการสอนด้วย แอปพลิเคชันเกมส์สามารถช่วยให้ผู้เรียนมีส่วนร่วมและเกิดการเรียนรู้เชิงลึกมากขึ้น

ประโยชน์ของนวัตกรรม

ด้านผู้เรียน: ช่วยให้เข้าใจบทนิยามอัตราส่วนตรีโกณมิติ โดยเทคนิคการจำ "ข้ามฉาก ซิดฉาก ซ้ำมซิด" ได้แม่นยำขึ้นผ่านการทำซ้ำในรูปแบบเกมส์

ด้านการจัดการเรียนรู้: ครูสามารถประเมินความเข้าใจของนักเรียนทั้งห้องได้ทันที (Instant Feedback) และแก้ไขข้อเข้าใจผิดได้ตรงจุดก่อนเริ่มเนื้อหาขั้นสูง

ผลการพัฒนานวัตกรรม

1. นักเรียนร้อยละ 80 (หรือตามจริง) สามารถตอบคำถามเกี่ยวกับค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติได้ถูกต้องตามเกณฑ์ที่กำหนด
2. บรรยากาศในชั้นเรียนมีความตื่นตัวและนักเรียนมีส่วนร่วมในการตอบคำถามมากขึ้นกว่าแบบฝึกหัดในสมุด
3. กระตุ้นความสนใจของผู้เรียน ช่วยให้ผู้เรียนเข้าใจเนื้อหาได้ง่ายขึ้น ส่งเสริมการมีส่วนร่วมในการเรียนรู้
4. ช่วยพัฒนาทักษะการคิด สอดคล้องกับการเรียนรู้ในยุคดิจิทัล

วัตถุประสงค์

1. เพื่อให้ผู้เรียนสามารถระบุความสัมพันธ์ของด้านต่างๆของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากได้อย่างถูกต้อง
2. เพื่อให้ผู้เรียนคำนวณหาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติพื้นฐานจากรูปภาพที่กำหนดให้ได้
3. เพื่อส่งเสริมการเรียนรู้ผ่านระบบดิจิทัลและกระตุ้นความสนใจในการเรียนวิชาคณิตศาสตร์
4. เพื่อพัฒนาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของผู้เรียนให้สูงขึ้น
5. เพื่อส่งเสริมการใช้เทคโนโลยีและสื่อดิจิทัลในการจัดการเรียนการสอน

ภาพตัวอย่างนวัตกรรม

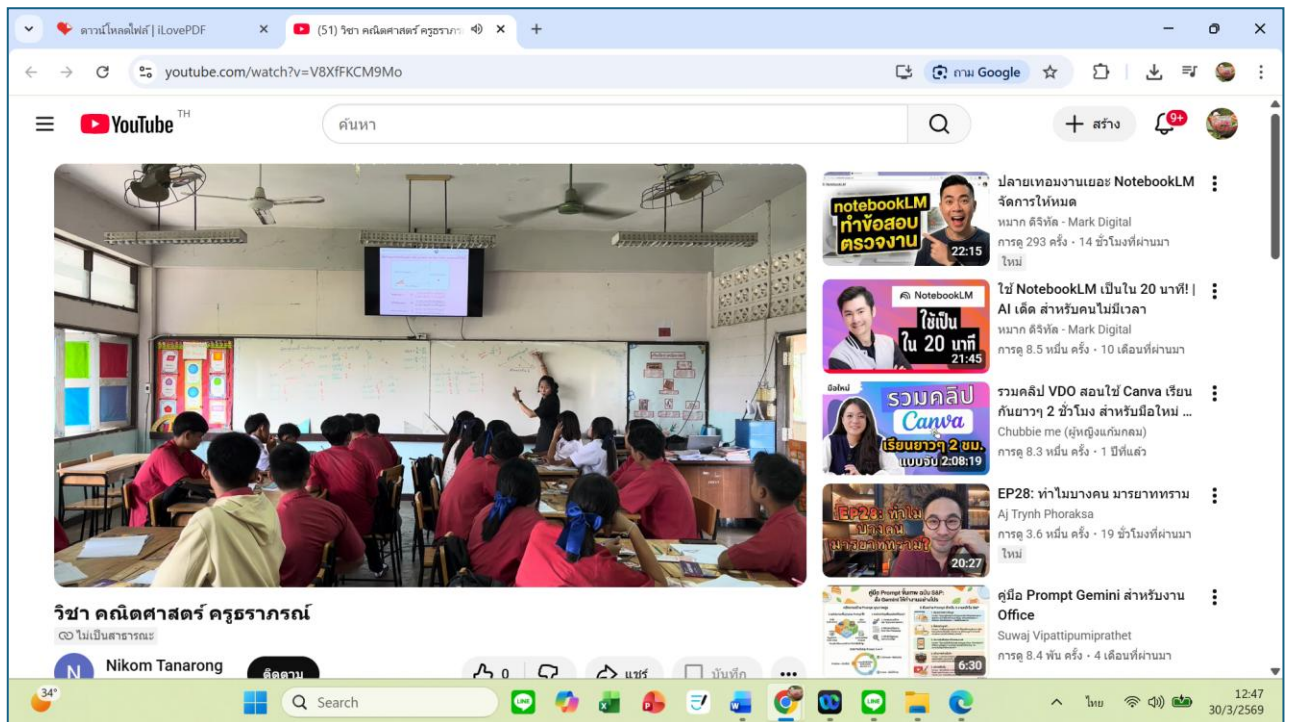
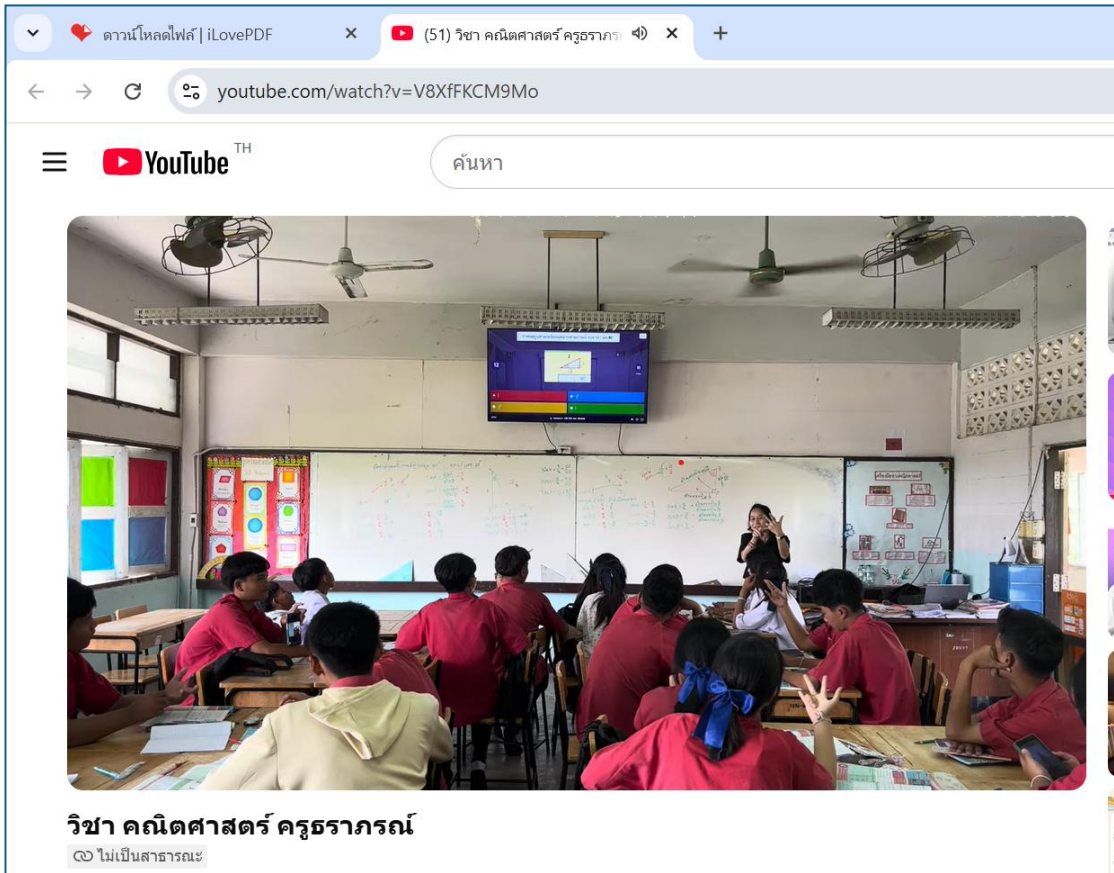


จุดเด่นของนวัตกรรม

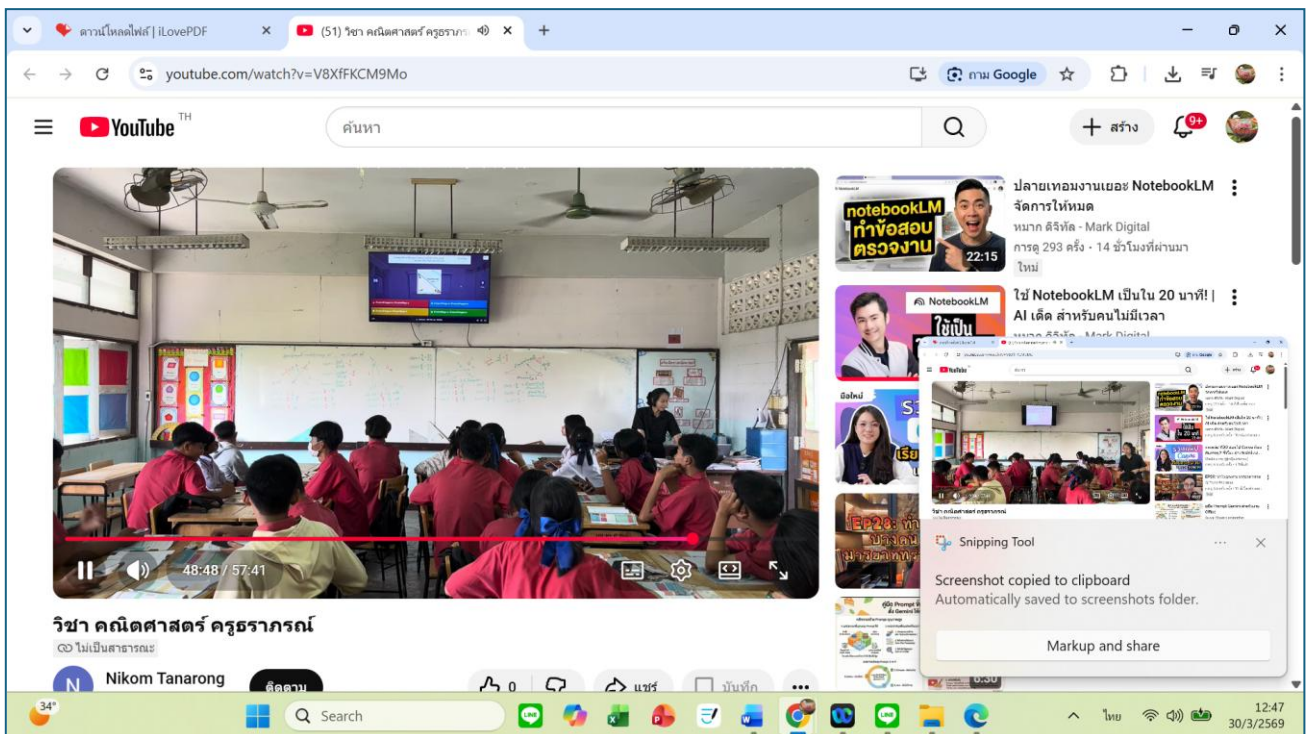
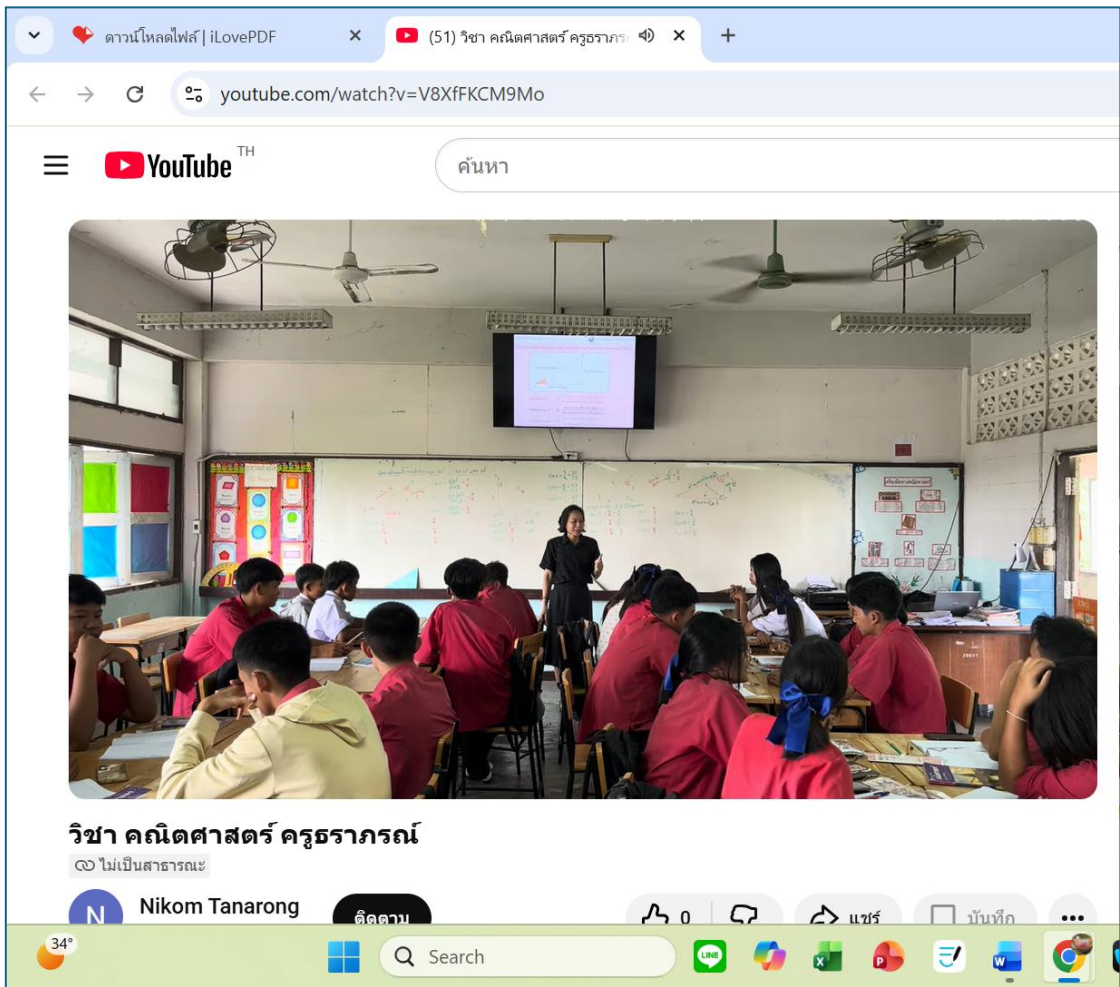
1. **Visual Learning:** มีภาพประกอบรูปสามเหลี่ยมมุมฉากที่ชัดเจน ช่วยให้การหาด้านตรงข้ามมุม (Opposite) หรือด้านประชิดมุม (Adjacent) ทำได้ง่ายขึ้น นำเสนอเนื้อหาอย่างเป็นระบบและเข้าใจง่าย
2. **Accessibility:** เข้าถึงได้ง่ายผ่านสมาร์ทโฟนหรือแท็บเล็ต รองรับการเรียนรู้ทั้งในห้องเรียนและแบบออนไลน์ มีความน่าสนใจและดึงดูดความสนใจของผู้เรียน ส่งเสริมการมีส่วนร่วมของผู้เรียน

ลงชื่อ ผู้รายงาน
(นางสาวธราภรณ์ ชันบำรุง)
ตำแหน่ง ครู วิทยฐานะ ครูชำนาญการพิเศษ

ภาพการจัดการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ม.3



ภาพการจัดการเรียนการสอน เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ ม.3



การประชุมกลุ่ม PLC : Art&Math โรงเรียนพระทองคำวิทยา

ชื่อกลุ่ม PLC : Art&Math โรงเรียนพระทองคำวิทยา

ชื่อครูผู้สอน : นางสาวธราภรณ์ ชันบำรุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์



การประชุมกลุ่ม PLC : Art&Math โรงเรียนพระทองคำวิทยา

ชื่อกลุ่ม PLC : Art&Math โรงเรียนพระทองคำวิทยา

ชื่อครูผู้สอน : นางสาวธรรมาภรณ์ ชันบำรุง กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

